



Authors' contribution/
Wkład autorów:
A. Study design/
Zaplanowanie badań
B. Data collection/
Zebranie danych
C. Statistical analysis/
Analiza statystyczna
D. Data interpretation/
Interpretacja danych/
E. Manuscript preparation/
Przygotowanie tekstu
F. Literature search/
Opracowanie
piśmiennictwa
G. Funds collection/
Pozyskanie funduszy

THE PROMETHEE II METHOD IN MULTI-CRITERIA EVALUATION OF CRYPTOCURRENCY EXCHANGES

METODA PROMETHEE II W WIELOKRYTERIALNEJ OCENIE GIEŁD KRYPTOWALUT

Kinga Kądziołka^{1(A,B,C,D,E,F)}

¹WSB University, Poland
Akademia WSB w Dąbrowie Górniczej, Polska

Kądziołka, K. (2021). The PROMETHEE II method in multi-criteria evaluation of cryptocurrency exchanges / Metoda PROMETHEE II w wielokryterialnej ocenie giełd kryptowalut. *Economic and Regional Studies*, 14(2), 131-145. <https://doi.org/10.2478/ers-2021-0010>

ORIGINAL ARTICLE

JEL code: C02, C38, C63,
G00

Submitted:
May 2021

Accepted:
June 2021

Tables: 3
Figures: 8
References: 33

ORYGINALNY ARTYKUŁ NAUKOWY

Klasyfikacja JEL: C02, C38,
C63, G00

Zgłoszony:
maj 2021

Zaakceptowany:
czerwiec 2021

Tabele: 3
Rysunki: 8
Literatura: 33

Abstract

Subject and purpose of work: The aim of this work is to present the application possibilities of PROMETHEE II method used to create a ranking of cryptocurrency exchanges as well as comparing the results of multi-criteria and multi-dimensional analysis. A simulation method for determining the weights of criteria is proposed, which maximizes the similarity of the final ranking to the other ones. **Materials and methods:** PROMETHEE II method and taxonomic measure were used to create rankings of exchanges. Hierarchical clustering combined with the k-means algorithm was used to identify groups of exchanges with a similar level of the values of net flows. Publicly available data published on the Internet were analysed. **Results:** There was a high consistency in the ordering of exchanges when a multi-criteria and a multi-dimensional approach were used. Four groups of exchanges with a similar level of the values of net flows were identified. Exchanges in group one were characterized by the highest average net flows. **Conclusions:** The multi-criteria approach can be used as an alternative to the multi-dimensional assessment of cryptocurrency exchanges. The proposed simulation method for determining the weights of criteria can be helpful in case the researcher has no information about the importance of the criteria.

Keywords: k-means algorithm, hierarchical clustering, cryptocurrency exchanges, PROMETHEE II, composite indicator, weighting scheme

Streszczenie

Przedmiot i cel pracy: Celem pracy jest prezentacja możliwości aplikacyjnych metody PROMETHEE II do tworzenia rankingów giełd kryptowalut oraz porównanie wyniku analizy wielokryterialnej i wielowymiarowej. Zaproponowana zostanie metoda wyznaczania wag kryteriów, polegająca na maksymalizacji podobieństwa finalnego rankingu do innych analizowanych rankingów. **Materiały i metody:** Do utworzenia rankingów wykorzystano metodę PROMETHEE II oraz miernik taksonomiczny. Do identyfikacji grup giełd podobnych pod względem wartości przepływów netto wykorzystano grupowanie hierarchiczne połączone z algorytmem k-średnich. Analizowano ogólnodostępne dane publikowane w Internecie. **Wyniki:** Występowała duża zgodność uporządkowania giełd z wykorzystaniem podejścia wielokryterialnego i wielowymiarowego. Wyróżniono cztery grupy giełd podobnych pod względem wartości przepływów netto. Giełdy z grupy 1 charakteryzowały się najwyższą przeciętną wartością przepływów netto i poszczególnych kryteriów. **Wnioski:** Podejście wielokryterialne może stanowić alternatywę wielowymiarowej oceny giełd kryptowalut. Proponowana symulacyjna metoda wyznaczania wag kryteriów może być pomocna, gdy badacz nie dysponuje żadnymi informacjami o ważności kryteriów.

Słowa kluczowe: algorytm k-średnich, grupowanie hierarchiczne, giełdy kryptowalut, PROMETHEE II, miernik taksonomiczny, wagi kryteriów

Address for correspondence / Adres korespondencyjny: dr Kinga Kądziołka (ORCID 0000-0001-9506-3044), Akademia WSB w Dąbrowie Górniczej, ul. Ciepłaka 1c, 41-300 Dąbrowa Górnicza, Poland; +48 32 295 93 16; e-mail: kinga_kadziolka@onet.pl

Journal included in: ERIH PLUS; AgEcon Search; AGRO; Arianta; Baidu Scholar; BazEkon; Cabell's Whitelist; CNKI Scholar; CNPIEC – cnpLINKer; EBSCO Discovery Service; EBSCO-CEEAS; EuroPub; Google Scholar; Index Copernicus ICV 2017-2019: 100,00; J-Gate; KESLI-NDSL; MyScienceWork; Naver Academic; Naviga (Softweco); Polish Ministry of Science and Higher Education 2015-2018: 9 points; Primo Central; QOAM; ReadCube; Semantic Scholar; Summon (ProQuest); TDNet; WanFang Data; WorldCat. **Copyright:** © Pope John Paul II State School of Higher Education in Białą Podlaska, Kinga Kądziołka. All articles are distributed under the terms of the Creative Commons Attribution-NonCommercial-ShareAlike 4.0 International (CC BY-NC-SA 4.0) License (<http://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/>), allowing third parties to copy and redistribute the material in any medium or format and to remix, transform, and build upon the material, provided the original work is properly cited and states its license.

Introduction

The PROMETHEE (Preference Ranking Organization Method for Enriched Evaluation) method was proposed by Brans (1982). PROMETHEE II is one of its variants which enables to create rankings of objects. The ordering method uses pairwise comparisons of objects and the outranking relationship. The PROMETHEE II method is used to create rankings in various areas of economics and management, e.g.:

- rankings of areas according to sustainable development (Ogrodnik, 2017),
- rankings of companies and banks, portfolio selection (Pośpiech and Mastalerz-Kodzis, 2015; Pośpiech, 2015),
- rankings of projects (Brans et al., 1986),
- rankings of products/services (Fabisiak and Ziemia, 2011).

In this work, PROMETHEE II method is used for the multi-criteria evaluation and ordering of cryptocurrency exchanges. Cryptocurrencies are a new form of alternative investments. The interest in this form of investment increased especially during the COVID-19 pandemic. In this period, investing in cryptocurrencies would allow to achieve high rates of return. Figure 1 presents rates of return for selected cryptocurrencies in period 11.04.2020 – 10.04.2021.

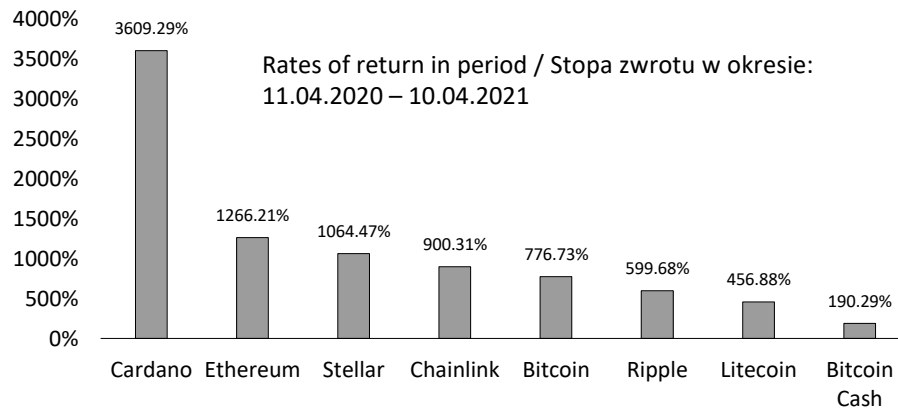


Figure 1. Rates of return for selected cryptocurrencies

Rysunek 1. Stopy zwrotu inwestycji w wybrane kryptowaluty

Source: Own elaboration based on data from www.bitcoin.com/prices.

Źródło: Opracowanie własne na podstawie danych www.bitcoin.com/prices.

One should bear in mind that many cryptocurrency exchanges collapse within a short time from the opening, and some of them are even created with the intention of illegal activities, such as the use of cryptocurrencies for transactions related to money laundering or theft of investors' funds (Kądziołka, 2017). Because of this, the assessment of cryptocurrency exchanges seems to be an important issue.

The aim of work is to use PROMETHEE II method to create ranking of cryptocurrency exchanges and to propose a procedure for determining the weights of

Wstęp

Metoda PROMETHEE (ang. *Preference Ranking Organization Method for Enriched Evaluation*) została opracowana przez Bransa (1982). PROMETHEE II jest jednym z jej wariantów umożliwiającym tworzenie rankingów obiektów. W metodzie tej do tworzenia rankingów wykorzystuje się porównywanie obiektów parami i relację przewyższania. Metoda PROMETHEE II jest wykorzystywana do tworzenia rankingów w różnych obszarach ekonomii i zarządzania, np.:

- rankingi obszarów pod względem zrównoważonego rozwoju (Ogrodnik, 2017),
- rankingi przedsiębiorstw, banków, dobór spółek do portfela (Pośpiech i Mastalerz-Kodzis, 2015; Pośpiech, 2015),
- rankingi projektów (Brans i in., 1986),
- rankingi produktów/usług (Fabisiak i Ziemia, 2011).

W niniejszej pracy metoda ta zostanie wykorzystana do wielokryterialnej oceny i utworzenia rankingów giełd kryptowalut. Kryptowaluty stanowią nową formę inwestycji alternatywnych. Zainteresowanie tą formą inwestycji szczególnie wzrosło w okresie pandemii. W tym okresie inwestycja w niektóre kryptowaluty pozwoliłaby osiągnąć ponadprzeciętne zyski. Rysunek 1 przedstawia stopy zwrotu inwestycji w wybrane kryptowaluty w okresie 11.04.2020 – 10.04.2021.

Jednocześnie należy mieć na uwadze, że wiele giełd kryptowalut upada w krótkim czasie od otwarcia, a niektóre wręcz są tworzone z zamiarem prowadzenia działalności niezgodnej z prawem, jak np. wykorzystywanie kryptowalut do transakcji związanych z nielegalną działalnością lub kradzieży środków inwestorów (Kądziołka, 2017). Stąd też ocena takich giełd z uwzględnieniem różnych aspektów dotyczących ich funkcjonowania wydaje się istotnym zagadnieniem.

Celem pracy jest wskazanie możliwości aplikacyjnych metody PROMETHEE II do tworzenia rankingów

criteria based on the similarity of obtained rankings. PROMETHEE II method was chosen due to its simplicity and applicability in many areas of science. The proposed procedure for selection the final net flow vector can be useful when the researcher does not have any information about weights of criteria. Here the final representative is chosen on the basis of its similarity to other rankings. Then, a ranking of cryptocurrency exchanges is created and groups of exchanges with similar values of the final net flow vector are identified. The obtained result is compared with the result of exchanges ordering using a multidimensional comparative analysis. There are taken into account the characteristics of exchanges concerning, among others, liquidity, security and monitoring of transactions, quality of services, existing time of exchanges. In the multi-criteria approach, these characteristics are treated as selection criteria, while in the case of multidimensional approach, they are treated as diagnostic variables.

Multi-criteria methods were used to create rankings of selected cryptocurrencies. Basil (2019) used AHP and TOPSIS methods to create ranking of cryptocurrencies based on three criteria, namely – underlying technology, recognition and cost criteria. The mentioned Author compared eight cryptocurrencies. His study shows that Ripple was the best in term of adopted criteria. Schueffel and Groeneweg (2019) proposed a concept of a scoring system to multi-criteria evaluation of cryptocurrency exchanges, however they did not use it to evaluate real exchanges.

To create rankings of cryptocurrency exchanges taxonomic measures (known also as synthetic variables or composite indicators) were earlier used. The composite indicator is understood as, not necessarily linear, function of determinants (diagnostic variables) describing the analysed phenomenon (Kuc-Czarnecka, 2019). Composite indicators are useful tools in assessment of phenomena described by many different characteristics, such as: socio – economic development, quality of living, etc. Synthetic variables are used in wide ranging fields of economy and finance, see e.g.: Łuniewska and Tarczyński (2006), Tarczyński (2014), Bywalec and Makowska (2018), Miłek (2018), Kuc-Czarnecka (2019). The idea of using the methods of multidimensional comparative analysis to assess the attractiveness of cryptocurrency exchanges was proposed in work of Kądziołka (2016). However, at that time, investments concerned mainly the bitcoin cryptocurrency. Now, it is possible to invest in many various cryptocurrencies and there are available more characteristics describing cryptocurrency exchanges. The issue of multidimensional evaluation of cryptocurrency exchanges was also discussed in work of Kądziołka (2021), which took into account characteristics of exchanges related to, among others, network traffic, liquidity, security, quality of services¹.

giełd kryptowalut oraz zaproponowanie metody wyznaczania wag kryteriów opartej na podobieństwie uzyskiwanych rankingów. Metodę PROMETHEE II wybrano spośród wielu metod wielokryterialnych z uwagi na jej prostotę i powszechność wykorzystania w różnych obszarach. Zaproponowana zostanie procedura wyboru rankingów i określenia wag, w przypadku, gdy badacz nie ma żadnych informacji odnośnie ważności poszczególnych kryteriów. Wybór finalnego reprezentanta zostanie dokonany na podstawie podobieństwa uzyskanego rankingów do innych analizowanych rankingów. Następnie utworzony zostanie ranking giełd kryptowalut oraz wyróżnione zostaną grupy giełd podobnych pod względem wartości finalnego wektora przepływów netto. Uzyskany rezultat zostanie porównany z wynikiem porządkowania giełd z wykorzystaniem wielowymiarowej analizy porównawczej. W analizach uwzględnione zostaną charakterystyki dotyczące m. in. płynności, bezpieczeństwa i monitorowania transakcji, jakości świadczonych usług, czasu funkcjonowania giełd. W podejściu wielokryterialnym będą one traktowane jako kryteria wyboru, natomiast w przypadku podejścia wielowymiarowego i konstrukcji miernika taksonomicznego będą one traktowane jako zmienne diagnostyczne.

Metody wielokryterialne były wykorzystywane do tworzenia rankingów wybranych kryptowalut. Basil (2019) wykorzystał metody AHP i TOPSIS do utworzenia rankingów ośmiu wybranych kryptowalut w oparciu o wybrane ich charakterystyki. W sensie przyjętych przez niego kryteriów oceny kryptowaluta Ripple była najlepsza. W zakresie wielokryterialnej oceny giełd kryptowalut Schueffel i Groeneweg (2019) przedstawili koncepcję systemu skoringowego, jednak nie zastosowali go w praktyce do oceny funkcjonujących giełd.

Do tworzenia rankingów giełd kryptowalut wykorzystywane były mierniki taksonomiczne (zwane też zmiennymi syntetycznymi lub zmiennymi agregatowymi). Zmienna syntetyczna jest pewną funkcją (niekoniecznie liniową) zmiennych diagnostycznych opisujących analizowane zjawisko (Kuc-Czarnecka, 2019). Mierniki taksonomiczne stanowią użyteczne narzędzia w ocenie złożonych zjawisk, opisanych za pomocą wielu charakterystyk, jak np.: rozwój społeczno-ekonomiczny, jakość życia, itp. Zmienne syntetyczne są wykorzystywane w wielu obszarach ekonomii i finansów, por. Łuniewska i Tarczyński (2006), Tarczyński (2014), Bywalec i Makowska (2018), Miłek (2018), Kuc-Czarnecka (2019). Idea wykorzystania metod wielowymiarowej analizy porównawczej do oceny atrakcyjności giełd kryptowalut została zaproponowana w pracy Kądziołka (2016). Jednakże wówczas ogólnodostępnych było mniej charakterystyk opisujących giełdy kryptowalut, a inwestycje dotyczyły głównie kryptowaluty bitcoin. Problematyka wielowymiarowej oceny giełd kryptowalut została też poruszona w pracy Kądziołka (2021), w której uwzględniono charakterystyki giełd związane m.in. z: ruchem sieciowym, płynnością, bezpieczeństwem, jakością świadczonych usług¹.

¹ The main purpose of the mentioned work was to propose a method for selecting a taxonomic measure that describes the

¹ Głównym celem wspomnianej pracy było przedstawienie pro-

In this article both of these approaches (multidimensional and multi – criteria) are compared. All calculations were conducted using R software and publicly available data published on portals: www.coingecko.com, www.cryptocompare.com and www.coinmarketcap.com.

Analysed data

In the presented example there were used the following characteristics treated in PROMETHEE II method as selection criteria and in multidimensional analysis as diagnostic variables²:

- Security Rank (x_1),
- Liquidity indicator (x_2),
- Number of different currencies that are available on the exchange (x_3); this characteristic was denoted “Coins”,
- Data provision indicator (x_4),
- KYC/ Transaction Risk indicator (x_5),
- Existing time of an exchange (x_6).

The Security Rank indicator assesses the level of cybersecurity. It is determined for cryptocurrency exchanges on the cer.live platform. This indicator is a certain aggregate measure that assesses the exposure of users and servers to threats from cyberspace. The higher the value of the indicator, the higher the level of safety of the exchange³.

The liquidity indicator is determined on the coinmarketcap.com portal. This indicator is an aggregate measure and takes into account various characteristics included in the so-called *order book*, such as order volume or distance from the average price. The higher the value of this indicator, the higher the liquidity of the cryptocurrency exchange, understood here as the possibility of quickly selling or buying cryptocurrencies at a price close to the market price⁴.

Data provision and KYC/Transaction Risk indicators are determined on the cryptocompare.com portal. First of them is an aggregate measure and takes into account various characteristics regarding the quality of services provided by the exchange, such as API's average response time (ms), ability to query historical trades, offering websocket connection. The second one is also an aggregate measure and takes into account various characteristics related to the anti-money laundering area, such as implementation of KYC (Known Your Customer) policies and

analyzed phenomenon, from many its variants accepted by the researcher. The proposed method was presented on the example of taxonomic measures of attractiveness of cryptocurrency exchanges. The final measure was selected according to the discrimination ability of the analyzed measures and the similarity of the obtained rankings. The other methods for selecting the final taxonomic measure from many its variants were proposed by Kukuła and Luty (2015, 2017).

² There were assessed 80 exchanges, for which all of the characteristics were available. Characteristics $x_1 - x_5$ were used and described in work of Kądziołka (2021).

³ The methodology of the construction of security rank indicator is described on the website: <https://cer.live/certified> [30.08.2020].

⁴ The methodology of the construction of liquidity indicator is described on the website: <https://support.coinmarketcap.com/hc/en-us/articles/360043836931-Liquidity-Score-Market-Pair-Exchange>. [30.08.2020].

W tym artykule oba te podejścia (wielowymiarowe i wielokryterialne) będą porównane. Prezentowane wyniki uzyskane zostały z wykorzystaniem darmowego oprogramowania R oraz ogólnodostępnych danych publikowanych na portalach: www.coingecko.com, www.cryptocompare.com oraz www.coinmarketcap.com.

Charakterystyka analizowanych danych

W prezentowanym przykładzie uwzględniono następujące charakterystyki giełd, które w metodzie PROMETHEE II były traktowane jako kryteria wyboru, a w podejściu wielowymiarowym, jako zmienne diagnostyczne²:

- wskaźnik *Security Rank*, mierzący poziom zabezpieczeń giełdy przeciw zagrożeniom z cyberprzestrzeni (x_1),
- wskaźnik płynności (x_2),
- liczba różnych walut, które można nabyć/sprzedać na giełdzie (x_3),
- wskaźnik jakości świadczonych usług (x_4),
- KYC/Ryzyko transakcji (x_5),
- czas funkcjonowania giełdy (x_6).

Wskaźnik *Security Rank* dotyczy oceny poziomu zabezpieczeń giełdy przeciw zagrożeniom z cyberprzestrzeni. Wyznaczany jest dla giełd kryptowalut na platformie cer.live. Wskaźnik ten jest pewnym miernikiem agregatowym, oceniającym podatność użytkowników i serwerów na zagrożenia z cyberprzestrzeni³. Im wyższa wartość wskaźnika tym wyższy poziom zabezpieczeń giełdy przeciwko zagrożeniom z cyberprzestrzeni.

Wskaźnik płynności wyznaczany jest przez portal coinmarketcap.com. Wskaźnik ten jest również pewnym miernikiem agregatowym i uwzględnia różne zmienne zawarte w tzw. księdze zamówień (ang. *order book*), jak np. wielkość zamówienia czy odległość od średniej ceny⁴. Im wyższa wartość tego wskaźnika tym wyższa płynność, rozumiana tu jako możliwość szybkiej sprzedaży lub kupna kryptowaluty po cenie zbliżonej do rynkowej.

Wskaźnik jakości świadczonych usług oraz wskaźnik dotyczący implementacji procedur KYC (ang. *Know Your Customer*) i ryzyka transakcji wyznaczane są przez portal cryptocompare.com. Wartość pierwszego powstaje przez zsumowanie punktów przyznanych w ramach różnych kategorii dotyczących jakości świadczonych usług przez platformę giełdo-

pozycji metody wyboru miernika taksonomicznego opisującego analizowane zjawisko, spośród wielu mierników, które są akceptowane przez badacza. Propozycja metody została zaprezentowana na przykładzie taksonomicznych mierników atrakcyjności giełd kryptowalut. Finalny miernik został wybrany na podstawie oceny zdolności dyskryminacyjnej analizowanych mierników oraz podobieństwa uzyskiwanych rankingów. Inne propozycje metod wyboru miernika taksonomicznego, spośród kilku jego wariantów przedstawił Kukuła i Luty (2015, 2017).

² Ocenie poddano 80 giełd, dla których dostępne były wartości wszystkich rozważanych zmiennych. Charakterystyki $x_1 - x_5$ zostały również opisane i wykorzystane w pracy Kądziołki (2021).

³ Szczegóły dotyczące metodologii dostępne są na stronie <https://cer.live/certified>, data dostępu: 30.08.2020.

⁴ Szczegółowe informacje na temat tego wskaźnika dostępne są na stronie internetowej <https://support.coinmarketcap.com/hc/en-us/articles/360043836931-Liquidity-Score-Market-Pair-Exchange>, data dostępu: 30.08.2020.

monitoring of transactions, i.e., ability to identify and flag any suspicious flows of cryptocurrency that may come from illegal sources⁵.

Creating rankings of objects using the PROMETHEE II method

PROMETHEE II method uses pairwise comparison of objects. The result of the method is a ranking of objects. Assume that we have n objects $\{a_1, \dots, a_n\}$ and m criteria $\{g^1, \dots, g^m\}$. PROMETHEE II method consists of the following steps (Pośpiech i Mastalerz-Kodzis, 2015; Namieciński, 2016):

1. Pairwise comparison of i -th and j -th object for every criterion and determining values r_{ij}^k according to the formula:

$$r_{ij}^k = \begin{cases} g_i^k - g_j^k, & \text{if criterion } k \rightarrow \max \\ g_j^k - g_i^k, & \text{if criterion } k \rightarrow \min \end{cases}$$

where g_i^k, g_j^k – evaluations of i -th and j -th object according to k -th criterion, $i, j=1, \dots, n, k=1, \dots, m$.

2. Determining the so called individual preference index for each pair of objects for each criterion. A preference function must be chosen for each criterion. There was used for each criterion the following preference function:

$$H^k(a_i, a_j) = \begin{cases} 0, & r_{ij}^k \leq 0 \\ 1, & r_{ij}^k > 0 \end{cases}$$

3. Determining multicriteria preference index for each pair of objects according to the formula: $\pi(a_i, a_j) = \sum_{k=1}^m w_k H^k(a_i, a_j)$, where w_k – weight of k -th criterion, $w_k > 0, \sum_{k=1}^m w_k = 1, k=1, \dots, m$.
4. Determining for each object the so - called positive flow $\varphi^+(a_i)$, negative flow $\varphi^-(a_i)$ and net flow $\varphi(a_i)$ according to the formulas:

5. Creating ranking of objects according to values

$$\varphi^+(a_i) = \sum_{j=1}^n \pi(a_i, a_j)$$

$$\varphi^-(a_i) = \sum_{j=1}^n \pi(a_j, a_i)$$

$$\varphi(a_i) = \varphi^+(a_i) - \varphi^-(a_i)$$

wą, jak np. średni czas odpowiedzi aplikacji (ms) czy gromadzenie i udostępnianie danych historycznych. Wartość drugiego jest wyznaczana przez zsumowanie punktów przyznanych w ramach różnych kategorii dotyczących obszaru związanego z przeciwdziałaniem praniu pieniędzy, jak np. identyfikacja użytkowników, monitorowanie i identyfikacja podejrzanych transakcji⁵.

Tworzenie rankingów obiektów z wykorzystaniem metody PROMETHEE II

W metodzie PROMETHEE II poszczególne obiekty porównywane są ze sobą parami. Rezultatem metody jest ranking obiektów. Załóżmy, że mamy n obiektów $\{a_1, \dots, a_n\}$ i m kryteriów $\{g^1, \dots, g^m\}$. Metoda PROMETHEE II składa się z następujących etapów (Pośpiech i Mastalerz-Kodzis, 2015; Namieciński, 2016):

1. Porównanie parami obiektów i -tego i j -tego w każdym z kryteriów i wyznaczenie wartości r_{ij}^k wg wzoru:

gdzie g_i^k, g_j^k – oceny i -tego i j -tego obiektu w ramach k -tego kryterium, $i, j=1, \dots, n, k=1, \dots, m$.

2. Wyznaczenie indywidualnych indeksów preferencji dla każdej z par obiektów w ramach każdego kryterium. Do każdego kryterium należy dopasować odpowiedni typ funkcji preferencji. W niniejszej pracy przyjęto dla każdego kryterium funkcję preferencji postaci:

3. Wyznaczenie wielokryterialnych indeksów preferencji dla wszystkich par obiektów za pomocą wzoru: $\pi(a_i, a_j) = \sum_{k=1}^m w_k H^k(a_i, a_j)$, gdzie w_k – wagi przypisane poszczególnym kryteriom, $w_k > 0, \sum_{k=1}^m w_k = 1, k=1, \dots, m$.

4. Wyznaczenie dla każdego obiektu przepływu dodatniego $\varphi^+(a_i)$, ujemnego $\varphi^-(a_i)$ oraz netto $\varphi(a_i)$ według wzorów:

5. Zbudowanie na podstawie przepływów netto

⁵ The methodology of the construction of these indicators is described on the website: www.cryptocompare.com/media/37072188/cryptocompare-exchange-benchmark-july-2020.pdf, [30.08.2020].

⁵ Szczegóły wyznaczania wskaźnika jakości usług i KYC opisane są w dokumencie: www.cryptocompare.com/media/37072188/cryptocompare-exchange-benchmark-july-2020.pdf, data dostępu: 30.08.2020.

of net flows. The higher the value of $\varphi(a_i)$ the higher the position of i -th object in ranking. Positive value of net flow for i -th object informs that this object exceeds more the other objects in terms of selected criteria than these objects exceed it. In the case of a negative value of the net flow, the object is more exceeded by other objects than it exceeds these objects. The higher the net flow value, the better the given object than the other objects.

One of the key factors having an impact on the obtained rankings is the method for determining the weights of criteria. These methods can be categorized into three groups: experts-based weighting, equal weighting and statistics-based weighting (Gan et al., 2017). The existing literature offers many quantitative methods for determining the weights, e. q.: equal weights method, rank based methods, methods based on entropy or variability of criteria (Roszkowska, 2013; Dmitruk, Gawiniecki, 2017; Gan et al., 2017; Greco et al., 2019). In the case of PROMETHEE II method there was also used AHP method to determine weights of criteria (Bogdanovic i in., 2012). In this paper a method for determining the weights of criteria maximizing the similarity of the obtained ranking to other analysed rankings is proposed.

Proposal of a method for determining the final ranking

The proposed method for determining the weights of criteria and selecting the final ranking consists of two steps. In the first step, k vectors of weights are generated randomly. Then, using these vectors and PROMETHEE II method, k rankings are created based on the values of net flows. In the presented example, $k=1000$ weights vectors (w_1^r, \dots, w_6^r) were generated. Then there were created 1000 rankings of objects based on obtained net flows vectors $NF_r, r=1, \dots, 1000$. In the second step, it is proposed to choose as the final representative the net flow vector for which the *Mean_CS* function reaches maximal value. The *Mean_CS* function is defined as:

$$Mean_CS_i = \frac{1}{k-1} \sum_{j=1, j \neq i}^k \rho_{ij}$$

where ρ_{ij} is Spearman's correlation coefficient between values of i -th and j -th net flows vectors, k is the number of net flows vectors.

Figure 2 presents values of the *Mean_CS* function for the considered net flow vectors. It reaches the maximal value for the net flow vector NF_{330} , which was chosen as the final representative. The weights of criteria were: $w_1=0.203$, $w_2=0.188$, $w_3=0.135$, $w_4=0.162$, $w_5=0.161$, $w_6=0.151$.

rankingu obiektów. Im wyższa wartość $\varphi(a_i)$, tym wyższa pozycja i -tego obiektu w rankingu. Dodatnia wartość przepływu netto i -tego obiektu informuje, że obiekt ten w większym stopniu przewyższa pozostałe obiekty ze względu na rozpatrywany zbiór kryteriów niż te obiekty go przewyższają. W przypadku ujemnej wartości przepływu netto dany obiekt w większym stopniu jest przewyższany przez inne obiekty niż on je przewyższa. Im wyższa wartość przepływu netto, tym dany wariant lepszy jest od pozostałych.

Jednym z kluczowych czynników mających wpływ na uzyskiwane rankingi jest sposób ustalenia wag poszczególnych kryteriów. Metody wyznaczania wag można podzielić na trzy grupy: wyznaczenie wag na podstawie opinii ekspertów, wykorzystanie równych wag, wyznaczenie wag z wykorzystaniem metod statystycznych (Gan i in., 2017). Do popularnych prostych ilościowych metod wyznaczania wag należą m. in.: metoda równych wag, metody uwzględniające ważność poszczególnych kryteriów, metody uwzględniające entropię czy zmienność wartości kryteriów (Roszkowska, 2013; Dmitruk, Gawiniecki, 2017; Gan i in., 2017; Greco i in., 2019). W przypadku metody PROMETHEE II wykorzystywana była również metoda AHP do wyznaczania wag (Bogdanovic i in., 2012). W niniejszej pracy zaproponowana zostanie metoda ustalania wag kryteriów maksymalizująca podobieństwo uzyskanego rankingu do innych analizowanych rankingów.

Propozycja metody wyznaczania finalnego rankingu

Proponowana metoda ustalania wag kryteriów i wyboru finalnego rankingu składa się z dwóch kroków. W pierwszym kroku jest generowanych losowo k wektorów wag, z wykorzystaniem których tworzonych jest k rankingów na podstawie wartości przepływów netto. W prezentowanym przykładzie wylosowano $k=1000$ wektorów wag (w_1^r, \dots, w_6^r) i utworzono na ich podstawie 1000 wektorów przepływów netto $NF_r, r=1, \dots, 1000$, stosując metodę PROMETHEE II. W drugim kroku, jako finalnego reprezentanta proponuje się wybrać ten wektor przepływów, dla którego funkcja *Mean_CS* osiąga wartość maksymalną. Funkcja *Mean_CS* zdefiniowana jest następująco:

gdzie ρ_{ij} oznacza współczynnik korelacji Spearmana między wartościami i -tego i j -tego wektora przepływów netto, k oznacza liczbę wektorów przepływów netto.

Rysunek 2 przedstawia wartości funkcji *Mean_CS* dla rozważanych wektorów przepływów netto. Funkcja ta osiągnęła wartość maksymalną dla wektora NF_{330} , który został wybrany jako reprezentant. Wagi kryteriów w tym przypadku wynosiły: $w_1=0,203$, $w_2=0,188$, $w_3=0,135$, $w_4=0,162$, $w_5=0,161$, $w_6=0,151$.

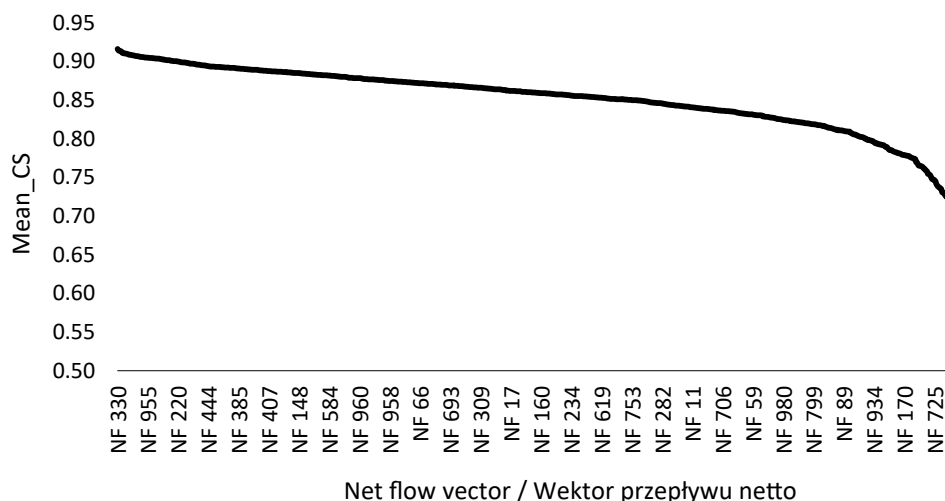


Figure 2. Values of the *Mean_Cs* function for the considered net flow vectors
Rysunek 2. Wartości funkcji *Mean_Cs* dla rozważanych wektorów przepływów netto
 Source: Own elaboration.
 Źródło: Opracowanie własne.

The method for defining the weights of criteria has a significant impact on the result of ordering of objects. Figure 3 presents the range of positions of individual exchanges in the obtained 1000 rankings. It can be seen that for the majority of exchanges there were large differences in positions according to particular rankings. In the Figure 3 Id numbers of exchanges are identical as positions in the Table 1, i. e. Id = 1 denotes HitBTC exchange, Id = 2 denotes Gate.io exchange, etc.

Sposób zdefiniowania wag kryteriów ma istotny wpływ na wynik uporządkowania giełd. Rysunek 3 przedstawia zakres pozycji poszczególnych giełd w uzyskanych 1000 rankingach. Można zauważyć duże różnice w pozycjach dla większości giełd. Na Rysunku 3 numery porządkowe giełd są identyczne jak pozycje w tabeli 1, tzn. Id = 1 oznacza giełdę HitBTC, Id = 2 oznacza giełdę Gate.io, itd.

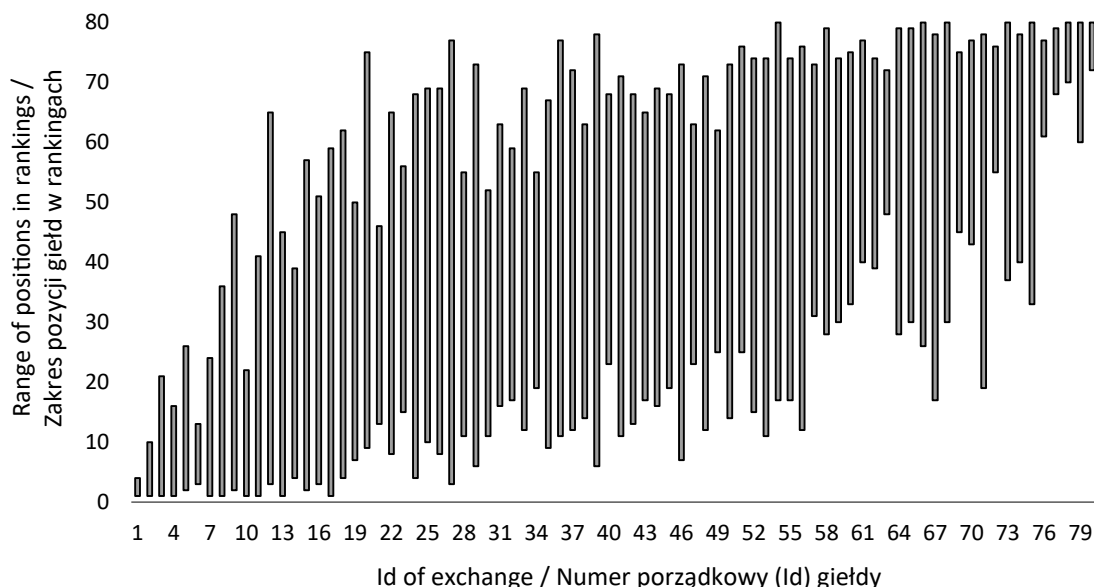


Figure 3. Range of exchanges' positions in rankings
Rysunek 3. Zakres pozycji giełd w analizowanych rankingach
 Source: Own elaboration.
 Źródło: Opracowanie własne.

Ranking and classification of exchanges based on the final net flows

The exchanges were ordered according to values of the final net flow vector NF_330 (Table 1). Then, there was used hierarchical clustering method to determine the number of groups of exchanges with similar values of the net flow vector NF_330. The complete linkage method was used to linking clusters. In this method the distance between the clusters is equal to the greatest distance between any two objects belonging to different clusters (Stanisz, 2007, p. 120). Figure 4 presents obtained dendrogram. Analysed exchanges were divided into four groups. The place of division of the dendrogram is marked by the dashed line.

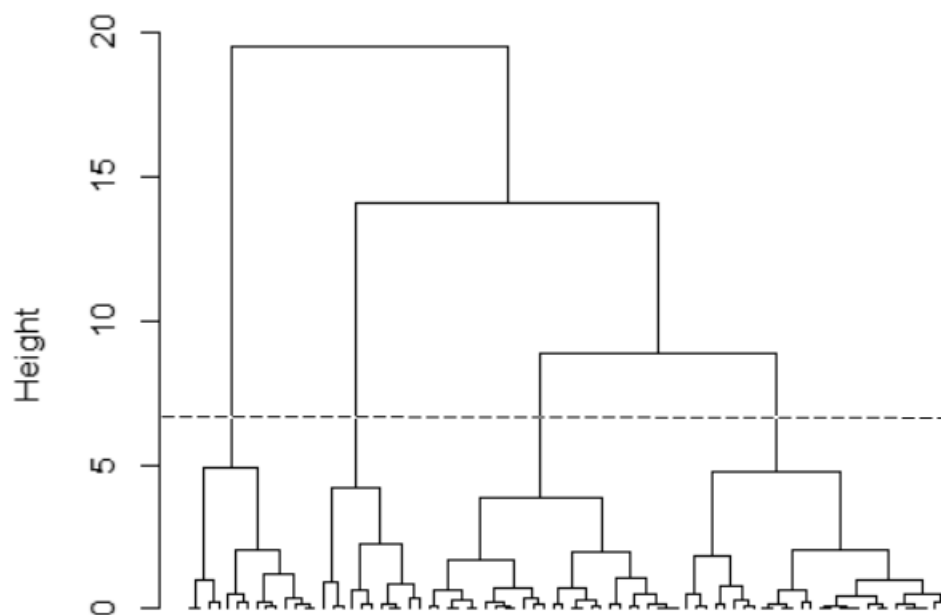


Figure 4. Division of exchanges according to the dendrogram
Rysunek 4. Podział giełd na grupy

Source: Own elaboration.

Źródło: Opracowanie własne.

The quality of clustering was assessed with the so-called silhouette index. Mean silhouette width was 0.52. This result suggested good quality of clustering (Prus, Król, 2017). However, silhouette indicators for some of exchanges were negative numbers. It suggested, that these exchanges were classified into wrong groups. The division obtained with hierarchical clustering was then optimized with *k-means* algorithm⁶. As initial clusters' centers in the *k-mean* algorithm there were used mean values of net flows for particular groups obtained with hierarchical clustering. After using *k-means* algorithm, mean

Ranking i klasyfikacja giełd na podstawie przepływów netto

Dokonano uporządkowania giełd na podstawie wartości przepływów netto NF_330 (Tabela 1). Następnie wykorzystując metodę grupowania hierarchicznego dokonano identyfikacji giełd podobnych pod względem wartości przepływów netto finalnego wektora NF_330. Do wyznaczenia odległości między skupieniami wykorzystano metodę pełnego wiązania (ang. *complete linkage*), w której odległość między skupieniami jest równa odległości między dwoma najdalszymi obiektami należącymi do różnych skupień (Stanisz, 2007, s. 120). Rysunek 4 przedstawia uzyskany dendrogram. Przyjęto podział giełd na 4 grupy. Przyjęte miejsce podziału dendrogramu jest zaznaczone przerywaną linią.

Następnie dokonano oceny jakości grupowania wykorzystując wskaźnik silhouette. Przeciętna wartość wskaźnika dla wszystkich giełd wyniosła 0,52, co sugerowało dobrą jakość grupowania (Prus, Król, 2017). Jednakże dla niektórych giełd wskaźniki silhouette były ujemne, co wskazywało na przypisanie ich do niewłaściwej grupy. W tej sytuacji wstępny podział giełd uzyskany z wykorzystaniem grupowania hierarchicznego „dostrojono” wykorzystując metodę *k-średnich*⁶. Jako początkowe wartości środków grup wykorzystano średnie dla grup wyznaczonych me-

⁶ The existing literature offers many variants of *k-means* algorithm. There was used Lloyds algorithm described among others by Morissette L. and Chartier S. (2013). Hierarchical clustering combined with *k-means* algorithm was also used in work of Kądziołka (2021) to identify groups of exchanges with similar level of taxonomic measure.

⁶ W literaturze dostępnych jest wiele wariantów algorytmu *k-średnich*. W niniejszej pracy wykorzystano algorytm Lloyda, opisany m. in. przez Morissette i Chartier (2013). Grupowanie hierarchiczne połączone z metodą *k-średnich* zostało również wykorzystane w pracy Kądziołka (2021) podczas identyfikacji grup giełd podobnych pod względem wartości miernika taksonomicznego.

silhouette index was 0.55 and silhouette indexes for all exchanges were greater than zero (Figure 5).

tołą grupowania hierarchicznego. Po „dostrojeniu” podziału średni wskaźnik silhouette wyniósł 0,55 a wskaźniki dla poszczególnych giełd były dodatnie (Rysunek 5).

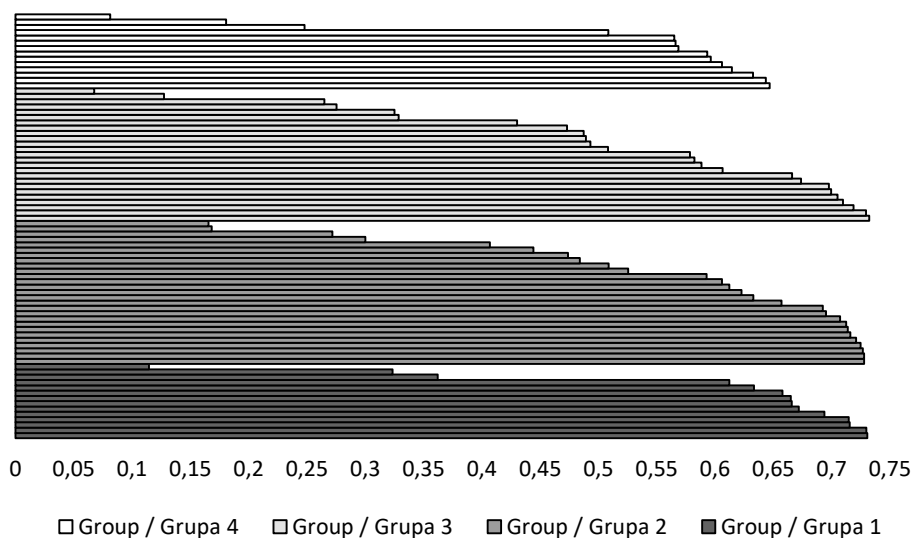


Figure 5. Silhouette plot

Rysunek 5. Wykres silhouette

Source: Own elaboration.

Źródło: Opracowanie własne.

Table 1 presents values of net flow vector NF_330 and information about groups obtained with hierarchical clustering combined with *k-means* algorithm. Figure 6 presents net flows for particular exchanges. Table 2 presents mean values of analysed criteria and final net flows for particular groups. Exchanges from the first group were characterized by the highest mean value of the final net flow vector and all of the analysed criteria. Exchanges from the fourth group were characterized by the lowest mean value of the final net flow vector and all of the analysed criteria.

Tabela 1 przedstawia ranking giełd według wartości przepływów netto wraz z ich podziałem na grupy uzyskane metodą pełnego wiązania połączonej z metodą *k-średnich*. Rysunek 6 przedstawia wartości przepływów netto dla poszczególnych giełd. Tabela 2 przedstawia przeciętną wartość poszczególnych kryteriów oraz przepływów netto dla poszczególnych grup. Największą przeciętną wartością przepływów netto oraz wartości wszystkich kryteriów charakteryzowała się grupa pierwsza. Najniższą przeciętną wartością przepływów netto oraz wszystkich analizowanych kryteriów charakteryzowała się grupa czwarta.

Table 1. Ranking and classification of cryptocurrency exchanges according to net flows

Tabela 1. Ranking i klasyfikacja giełd na podstawie przepływów netto

Position / Pozycja	Cryptocurrency exchange / Giełda	Net flow / Przepływy netto	Group / Grupa
1	HitBTC	10.240	1
2	Gate.io	9.444	1
3	Binance	9.333	1
4	Bitfinex	8.296	1
5	OKEEx	7.791	1
6	Poloniex	7.651	1
7	Coinbase Pro	6.904	1
8	Huobi Global	6.534	1
9	KuCoin	6.235	1
10	Liquid	6.184	1
11	Kraken	6.045	1

Position / Pozycja	Cryptocurrency exchange / Giełda	Net flow / Przepływy netto	Group / Grupa
12	Binance US	5.057	1
13	Gemini	4.962	1
14	Bittrex	4.560	1
15	itBit	3.981	2
16	Bitstamp	3.786	2
17	Bitcoin.com	3.484	2
18	TheRockTrading	3.274	2
19	ZB	3.196	2
20	Coinsbit	2.309	2
21	BigONE	2.085	2
22	OKCoin	1.761	2
23	BtcTurk PRO	1.713	2
24	Coinfield	1.655	2
25	AAX	1.618	2
26	Independent Reserve	1.330	2
27	Coinfloor	1.229	2
28	BW.com	1.203	2
29	FTX	1.187	2
30	CEX.IO	1.056	2
31	Bitbank	0.836	2
32	BitMart	0.728	2
33	BitMax	0.689	2
34	BTCMarkets	0.654	2
35	ZBG	0.636	2
36	Coincheck	0.600	2
37	bitFlyer	0.444	2
38	Lbank	0.343	2
39	Currency.com	0.291	2
40	Luno	0.081	2
41	CoinEx	-0.074	2
42	P2PB2B	-0.365	3
43	BitBay	-0.425	3
44	Coinone	-0.602	3
45	DSX Global	-0.672	3
46	Upbit	-0.850	3
47	Exrates	-0.971	3
48	EXMO	-0.981	3
49	BTC-Alpha	-1.019	3
50	STEX	-1.275	3
51	Bleutrade	-1.348	3
52	Digifinex	-1.705	3
53	CoinBene	-1.898	3
54	BTCBOX	-2.100	3
55	CoinTiger	-2.267	3
56	Livecoin	-2.464	3
57	Kuna Exchange	-2.638	3
58	Bitpanda Pro	-2.668	3
59	GoPax	-2.708	3
60	Bitso	-2.853	3
61	CoinJar Exchange	-3.158	3
62	Zaif	-3.169	3
63	Bitkub	-3.407	3

Position / Pozycja	Cryptocurrency exchange / Giełda	Net flow / Przepływy netto	Group / Grupa
64	eToroX	-3.438	3
65	Bgogo	-3.710	3
66	Korbit	-3.809	3
67	Graviex	-4.354	4
68	LakeBTC	-4.487	4
69	Lykke	-4.596	4
70	Coindeal	-5.203	4
71	FatBTC	-5.408	4
72	BCEX	-5.537	4
73	Coinfalcon	-5.556	4
74	EXX	-5.905	4
75	CoinAll	-6.118	4
76	Tidex	-6.407	4
77	TokensNet	-8.259	4
78	BITEXBOOK	-8.506	4
79	Catex	-9.222	4
80	CBX	-9.275	4

Source: Own elaboration.

Źródło: Opracowanie własne.

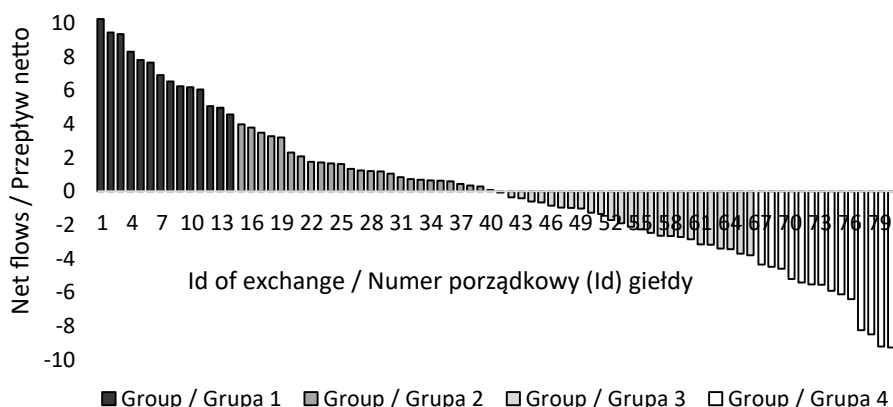


Figure 6. Net flows for particular exchanges

Rysunek 6. Wartość przepływów netto dla poszczególnych giełd

Source: Own elaboration.

Źródło: Opracowanie własne.

Table 2. Mean values of the net flow vector and analysed characteristics for particular groups

Tabela 2. Przeciętna wartość przepływów netto oraz charakterystyk giełd dla poszczególnych grup

Group / Grupa	Security rank / Stopień bez- pieczeństwa	Liquidity / Płynność	Coins / Waluty	Data provision / Dostarczanie danych	KYC/ Transaction Risk / Ryzyko transakcji	Existing time [month] / Czas funk- cjonowania [msc]	Net flows / Przepływy netto
1	7.82	360	162	10.14	10.22	72.5	7.088
2	4.64	202	46	9.09	9.47	61.9	1.485
3	3.98	116	75	6.40	8.16	51.2	-2.020
4	3.24	51	53	6.15	5.34	38.6	-6.345

Source: Own elaboration.

Źródło: Opracowanie własne.

An impact of initial weights' vectors on final rankings

The result of the proposed method for selecting the final ranking depends on the number and initial values of weights' vectors, which are randomly generated. The procedure was repeated 5 times and the consistency of the orderings of exchanges for particular iterations was compared. Table 3 presents values of Spearman's correlation coefficients between values of net flows determined during the subsequent repetitions of the procedure. There was a high consistency in the orderings of the exchanges. Figure 7 presents positions of exchanges in rankings for particular repetition of the procedure.

Wpływ początkowych wartości wektorów wag na uzyskiwane rankingi

Wynik proponowanej metody wyznaczania finalnego wektora przepływów netto zależy od liczby i początkowych wartości wektorów wag, które są generowane losowo. Procedurę powtórzono 5 razy i porównano zgodność uporządkowania giełd w ramach poszczególnych powtórzeń. Tabela 3 przedstawia wartości współczynników korelacji Spearmana między wartościami przepływów netto wyznaczonych w ramach kolejnych powtórzeń procedury. Występowała wysoka zgodność uporządkowania giełd w uzyskanych rankingach. Rysunek 7 przedstawia pozycje giełd w kolejnych powtórzeniach procedury.

Table 3. Spearman's correlation coefficients

Tabela 3. Współczynniki korelacji Spearmana

	NF 330	NF 338	NF 660	NF 736	NF 934
NF 330	1	0.9891	0.9926	0.9909	0.9861
NF 338	0.9891	1	0.9876	0.9951	0.9960
NF 660	0.9926	0.9876	1	0.9878	0.9792
NF 736	0.9909	0.9951	0.9878	1	0.9968
NF 934	0.9861	0.9960	0.9792	0.9968	1

Source: Own elaboration.

Źródło: Opracowanie własne.

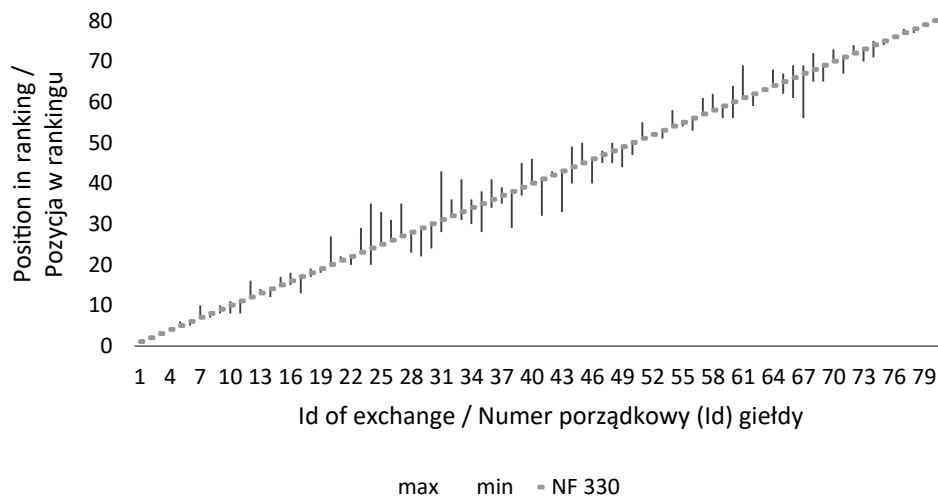


Figure 7. Stability of exchanges' ordering

Rysunek 7. Stabilność uporządkowania giełd

Source: Own elaboration.

Źródło: Opracowanie własne.

Comparison of multi-criteria and multidimensional approach

The result of exchanges' ordering using the PROMETHEE II method was compared with the result of the linear ordering based on a taxonomic measure constructed using the standardized sum method. The taxonomic measure was determined according to the following formula:

Porównanie podejścia wielokryterialnego i wielowymiarowego

Porównano rezultat uporządkowania giełd z wykorzystaniem metody PROMETHEE II z wynikiem metody porządkowania liniowego wykorzystującej miernik taksonomiczny skonstruowany z wykorzystaniem metody sum standaryzowanych. Miernik taksonomiczny zdefiniowano następująco:

$$TM_i = \sum_{j=1}^m w_j z_{ij}$$

where w_j is the value of j -th diagnostic variable, $i=1, \dots, n$, $j=1, \dots, m$ (here: $n=80$, $m=6$, i.e. 80 exchanges and 6 diagnostic variables). In the case of stimulants⁷ diagnostic variables are transformed according to the formula:

$$z_{ij} = \frac{x_{ij} - \min_i\{x_{ij}\}}{\max_i\{x_{ij}\} - \min_i\{x_{ij}\}}$$

In the case of destimulants there is used the following formula (Kukuła, 2012):

$$z_{ij} = \frac{\max_i\{x_{ij}\} - x_{ij}}{\max_i\{x_{ij}\} - \min_i\{x_{ij}\}}$$

$i=1, \dots, n$, $j=1, \dots, m$. In the analysed example all of the diagnostic variables were stimulants. To allow the comparability of the results there was used the same weights' vector as in the case of PROMETHEE II method, i.e.: $w_1=0.203$, $w_2=0.188$, $w_3=0.135$, $w_4=0.162$, $w_5=0.161$, $w_6=0.151$.

Spearman's correlation coefficient determined for the positions in both rankings was 0.98. This result suggested a high consistency of the ordering of exchanges in obtained rankings. Figure 8 presents the positions of exchanges in these rankings.

gdzie w_j oznacza wartość j -tej zmiennej diagnostycznej, $i=1, \dots, n$, $j=1, \dots, m$ (tu: $n=80$, $m=6$, tzn. 80 giełd i 6 zmiennych diagnostycznych). W przypadku stymulant⁷ zmienne diagnostyczne przekształca się wg wzoru:

W przypadku destymulant można wykorzystać formułę (Kukuła, 2012):

$i=1, \dots, n$, $j=1, \dots, m$. W analizowanym przykładzie wszystkie zmienne diagnostyczne były stymulantami. Celem porównywalności wyników przyjęto ten sam wektor wag jak w przypadku metody PROMETHEE II, tzn.: $w_1=0,203$, $w_2=0,188$, $w_3=0,135$, $w_4=0,162$, $w_5=0,161$, $w_6=0,151$.

Współczynnik korelacji Spearmana wyznaczony na podstawie pozycji giełd w obu rankingach wyniósł 0,98, co sugerowało wysoką zgodność ich uporządkowania z wykorzystaniem obu metod. Rysunek 8 przedstawia pozycje giełd w rankingach uzyskanych z wykorzystaniem tych metod.

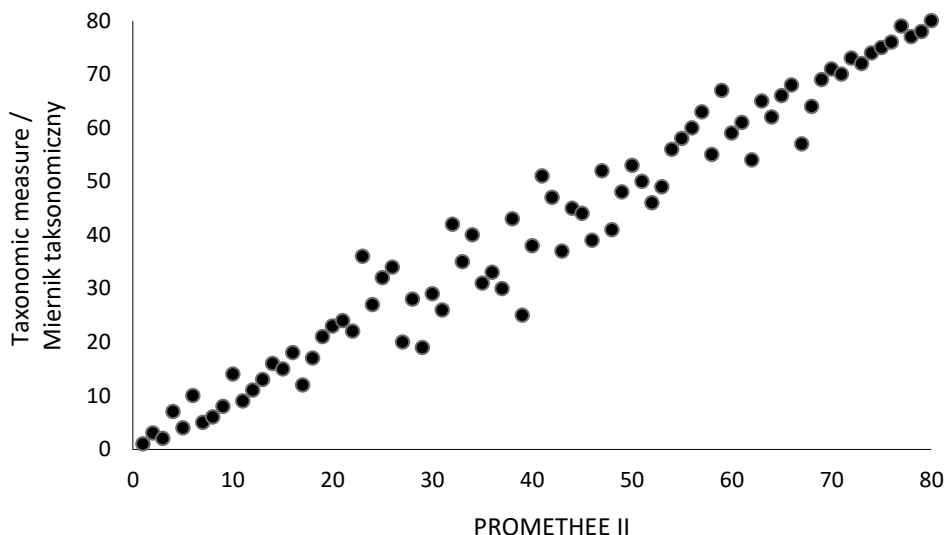


Figure 8. Positions of exchanges in the analysed rankings

Rysunek 8. Pozycje giełd w rankingach

Source: Own elaboration.

Źródło: Opracowanie własne.

⁷ A stimulant is a variable whose higher value indicates a higher level of the analysed phenomenon. A destimulant is a variable having a negative impact on this phenomenon (Młodak, 2006, p. 33).

⁷ Stymulanta jest zmienną, której większa wartość wskazuje na większy poziom rozpatrywanego zjawiska. Z kolei destymulanta to zmienna mająca na to zjawisko negatywny wpływ (Młodak, 2006, s. 33).

Conclusions

There was presented the application possibilities of the PROMETHEE II method to multi-criteria assessment of cryptocurrency exchanges and there was proposed a method for determining the weights of criteria, maximizing the similarity of the final ranking to other considered rankings. The result of the proposed method depends on the number and initial values of weights' vectors that are generated randomly. Therefore, the proposed method does not produce the weights vector, which is invariant for a given data set. There were compared the results of the proposed method obtained by repeating the procedure several times. There was observed high consistency in the orderings of exchanges. The results of the linear orderings of exchanges using the multi-criteria and multi-dimensional approach were compared. There was high consistency in the orderings of exchanges using considered methods.

Podsumowanie

W pracy wskazano możliwości aplikacyjne metody PROMETHEE II do wielokryterialnej oceny giełd kryptowalut oraz zaproponowano metodę wyznaczania wag kryteriów maksymalizującą podobieństwo finalnego rankingu do innych rozważanych rankingów. Wynik proponowanej metody wyznaczania wag zależy od liczby i wartości początkowych wektorów wag, które są generowane w sposób losowy. W związku z tym proponowana metoda nie umożliwi wyznaczenia wektora wag, który dla danego zbioru danych będzie zawsze taki sam. W pracy porównano wyniki uzyskane za pomocą kilkukrotnego powtórzenia zaproponowanej procedury wyznaczania wag kryteriów i finalnego rankingu. Uzyskane wyniki wskazywały wysoką zgodność uporządkowania giełd w otrzymanych rankingach. Ponadto porównano rezultat porządkowania liniowego giełd z wykorzystaniem podejścia wielokryterialnego i wielowymiarowego. Występowała duża zgodność uporządkowania obiektów w przypadku obu metod.

References / Literatura:

1. Bogdanovic, D., Nikolic, D., Ilic, I. (2012). Mining method selection by integrated AHP and PROMETHEE method. *Annals of the Brazilian Academy of Sciences*, 84(1), 219-233. <https://doi.org/10.1590/S0001-37652012005000013>
2. Brans, J.P. (1982). L'ingenierie de la decision; Elaboration d'instruments d'aide a la decision. La methode PROMETHEE. W: R. Nadeau, M. Landry (red.), *L'aide a la decision: Nature, Instruments et Perspectives d'Avenir* (183-214). Quebec: Presses de l'Universite Laval.
3. Brans, J.P., Vincke, Ph., Mareschal, B. (1986). How to select and how to rank projects: The PROMETHEE method. *European Journal of Operational Research*, 24(2), 228-238. [https://doi.org/10.1016/0377-2217\(86\)90044-5](https://doi.org/10.1016/0377-2217(86)90044-5)
4. Bywalec, M., Makowska, A. (2018). Zastosowanie taksonomii do aktualizacji wartości zabezpieczenia hipotecznego nieruchomości mieszkaniowych w bankach na przykładzie Wrocławia. *Zeszyty Naukowe Uniwersytetu Ekonomicznego w Krakowie*, 3(975), 101-123. <https://doi.org/10.15678/ZNUEK.2018.0975.0307>
5. Dmitruk, J., Gawinecki, J. (2017). Metody wielowymiarowej analizy porównawczej – budowa i zastosowanie. *Biuletyn WAT*, LXVI(4), 103-119.
6. Fabisiak, L., Ziemia, P. (2011). Wybrane metody analizy wielokryterialnej w ocenie użyteczności serwisów internetowych. *Zeszyty Naukowe Uniwersytetu Szczecińskiego, Studia Informatica*, 28(656), 21-33.
7. Gan, X., Fernandez, I.C., Guo, J., Wilson, M., Zhao, Y., Zhou, B., Wu, J. (2017). When to use what: methods for weighting and aggregating sustainability indicators. *Ecological Indicators*, 81, 491-502. <https://doi.org/10.1016/j.ecolind.2017.05.068>
8. Greco, S., Ishizka, A., Tasiou, M., Torrisi, G. (2019). On the Methodological Framework of Composite Indices: A review of the Issues of Weighting, Aggregation and Robustness. *Social Indicators Research*, 141, 61-94. <https://doi.org/10.1007/s11205-017-1832-9>
9. Kądziołka, K. (2016). Ocena atrakcyjności inwestycji na giełdach Bitcoin z wykorzystaniem miernika taksonomicznego. *Przestrzeń, Ekonomia, Społeczeństwo*, 9/I, 91-101.
10. Kądziołka, K. (2017). Ocena czasu funkcjonowania giełd Bitcoin z wykorzystaniem metod nieparametrycznych. *Przedsiębiorstwo & Finanse*, 2(17), 103-114.
11. Kądziołka, K. (2021). Propozycja metody wspomagającej wybór miernika taksonomicznego na przykładzie oceny atrakcyjności giełd kryptowalut. *Firma i Rynek*, 59(1), 65-76.
12. Kuc-Czarnecka, M. (2019). Sensitivity analysis as a tool to optimize Human Development Index. *Equilibrium Quarterly Journal of Economics and Economic Policy*, 14(3), 425-440. <https://doi.org/10.24136/eq.2019.020>
13. Kukuła, K. (2012). Propozycja budowy rankingu obiektów z wykorzystaniem cech ilościowych i jakościowych. *Metody ilościowe w badaniach ekonomicznych*, 13(1), 6-16.
14. Kukuła, K., Luty, L. (2015). Propozycja procedury wspomagającej wybór metody porządkowania liniowego. *Przegląd Statystyczny*, 62(2), 219-231.
15. Kukuła, K., Luty, L. (2017). Jeszcze o procedurze wyboru metody porządkowania liniowego. *Przegląd Statystyczny*, 64(2), 163-172. <https://doi.org/10.5604/01.3001.0014.0789>
16. Łuniewska, M., Tarczyński, W. (2006). *Metody wielowymiarowej analizy porównawczej na rynku kapitałowym*. Warszawa: Wydawnictwo Naukowe PWN.
17. Miłek, D. (2018). Spatial differentiation in the social and economic development level in Poland. *Equilibrium. Quarterly Journal of Economics and Economic Policy*, 13(3), 487-507. <https://doi.org/10.24136/eq.2018.024>
18. Młodak, A. (2006). *Analiza taksonomiczna w statystyce regionalnej*. Warszawa: Difin.
19. Morissette, L., Chartier, S. (2013). The k-means clustering technique: General considerations and implementation in Mathematics. *Tutorials in Quantitative Methods for Psychology*, 9(1), 15-24. <https://doi.org/10.20982/tqmp.09.1.p015>
20. Namieciński, P. (2016). Alternatywna metoda określania preferencji decydenta w zagadnieniach wielokryterialnych. *Prace Naukowe Uniwersytetu Ekonomicznego we Wrocławiu*, 446, 144-158. <https://doi.org/10.15611/pn.2016.446.11>

21. Ogrodnik, K. (2017). The Application of the PROMETHEE Method in Evaluation of Sustainable Development of the Selected Cities in Poland. *Ekonomia i Środowisko*, 3(62), 19-36.
22. Pośpiech, E., Mastalerz-Kodzis, A. (2015). Wielokryterialna ocena banków komercyjnych notowanych na GPW w Warszawie. *Zarządzanie i Finanse*, 13(3/1), 107-119.
23. Pośpiech, E. (2015). Wpływ wyboru metody wielokryterialnej na strukturę i opłacalność portfela. *Studia Ekonomiczne. Zeszyty Naukowe Uniwersytetu Ekonomicznego w Katowicach*, 221, 50-60.
24. Prus, B., Król, K. (2017). Ocena zastosowania wybranych metod taksonomicznych do klasyfikacji zjawisk społeczno-gospodarczych. *Acta Scientiarum Polonorum Formatio Circumiectus*, 16(2), 179-197. <https://doi.org/10.15576/ASP.FC/2017.16.2.179>
25. Roszkowska, E. (2013). Rank Ordering Criteria Weighting Methods – A Comparative Overview. *Optimum. Studia Ekonomiczne*, 5(65), 14-33. <https://doi.org/10.15290/ose.2013.05.65.02>
26. Schueffel, P., Groeneweg N. (2019). *Evaluating Crypto Exchanges in the Absence of Governmental Frameworks – A Multiple Criteria Scoring Model*. Available at SSRN: <https://ssrn.com/abstract=3432798>, (dostęp: 29.04.2021). <https://doi.org/10.2139/ssrn.3432798>
27. Stanisław, A. (2007). *Przystępny kurs statystyki z zastosowaniem STATISTICA PL na przykładach z medycyny. Tom 3. Analizy wielowymiarowe*. Kraków: StatSoft.
28. Tarczyński, W. (2014). Ocena różnych wariantów fundamentalnego portfela papierów wartościowych. *Prace Naukowe Uniwersytetu Ekonomicznego we Wrocławiu*, 371, 298-309. <https://doi.org/10.15611/pn.2014.371.26>
29. www.bitcoin.com/prices (dostęp: 10.04.2021).
30. <https://cer.live/certified> (dostęp: 30.08.2020).
31. <https://coingecko.com> (dostęp: 30.08.2020).
32. <https://coinmarketcap.com/rankings/exchanges/> (dostęp: 30.08.2020).
33. www.cryptocompare.com (dostęp: 05.12.2020).